

La Mesure des paramètres de Thiele & Small

version 2.0*

Geoffroy Berret[†]

Ghislain Beillard[‡]

Bruno Brouard[§]

15 novembre 2007

* dernière version disponible sur mxjeff.free.fr/science/acoustique/

[†] rédaction

[‡] rédaction, correction

[§] relecture, correction

Table des matières

1	Introduction	3
2	Les Paramètres de <i>Thiele & Small</i>	3
2.1	Présentation	3
2.2	Description des paramètres	3
2.2.1	Les Grandeurs électriques :	3
2.2.2	Les grandeurs mécaniques :	3
2.2.3	Les grandeurs de couplage :	3
2.2.4	Equivalence entre les paramètres	3
3	Impédance électrique du haut-parleur	4
3.1	Modèle de l'impédance électrique du haut-parleur	4
3.1.1	Couplage mécanique-électrique	4
3.1.2	Couplage acoustique-mécanique	4
3.1.3	Impédance électrique Z_e	5
4	Mesure des paramètres de Thiele et Small	6
4.1	Introduction	6
4.2	Mesure de l'impédance	6
4.2.1	La chaîne de mesure	6
4.2.2	La mesure	7
4.3	Extraction des paramètres	7
4.3.1	Grandeur géométrique	7
4.3.2	Grandeurs électriques	7
4.3.3	Mesure du facteur de force Bl	8
4.3.4	Remarque sur la mesure du facteur de force Bl :	8
4.3.5	Grandeurs mécaniques	8
5	Bibliographie	9
6	License Liberté et contact	9

1 Introduction

Afin de modéliser la source à construire, nous avons mesuré les paramètres de Thiele et Small du transducteur utilisé. Après une courte introduction expliquant les paramètres de Thiele et Small, le modèle de l'impédance électrique du haut-parleur électrodynamique est présenté. La technique de mesure de l'impédance et l'extraction des paramètres sont ensuite détaillées. Enfin, les paramètres mesurés sont validés par la confrontation du modèle et des mesures d'impédance électrique et de pression acoustique.

Les différents calculs effectués s'appuient essentiellement sur les références bibliographiques [1] (M. Rossi) et [4] (X. Meynial).

2 Les Paramètres de Thiele et Small

2.1 Présentation

Ces paramètres sont une série de six constantes indépendantes qui permettent une modélisation du haut-parleur en basses fréquences. Ce modèle est utile pour simuler le comportement d'une enceinte acoustique ou de tout autre type de source acoustique qui met en œuvre un haut-parleur électrodynamique¹.

Les paramètres de Thiele et Small décrivent le système masse-ressort formé par la membrane et les suspensions (M_{ms} , C_{ms} et R_{ms}), la transduction électro-mécanique de la bobine électrique (Bl et $R_e + j.L_e.\omega$) où $\omega = 2\pi f$, f étant la fréquence, et le couplage mécano-acoustique (S_d).

2.2 Description des paramètres

2.2.1 Les Grandeurs électriques :

Ces paramètres proviennent des propriétés électriques du haut-parleur : La résistance électrique R_e et l'inductance L_e de la bobine (son effet est négligé en basse fréquence).

2.2.2 Les grandeurs mécaniques :

Trois paramètres caractérisent le système masse-ressort. La membrane, par son effet d'inertie est pris en compte par un paramètre M_{ms} [kg], appelé masse de l'équipage mobile. La souplesse des suspensions est modélisée par C_{ms} [m.N⁻¹] et les pertes mécaniques du système par le facteur R_{ms} [s.kg⁻¹].

2.2.3 Les grandeurs de couplage :

Le couplage mécano-acoustique est réalisé par la surface S_d [m²] de la membrane. Le facteur de force Bl [N.A⁻¹], produit du module du champ magnétique \vec{B} par la longueur l de la bobine constitue le couplage électro-mécanique.

2.2.4 Equivalence entre les paramètres

Certains des paramètres de Thiele et Small peuvent s'exprimer différemment :

$$\omega_s, V_{as}, Q_{ts}, Q_{ms} \text{ et } Q_{es}.$$

Ces grandeurs sont équivalentes et si certaines sont moins représentatives de la physique du système, elles donnent d'autres informations sur le haut-parleur. Q_{ms} est le facteur de qualité de la résonance mécanique. ω_s correspond à la pulsation de résonance du système masse-ressort équivalent. V_{as} est un

¹Le haut-parleur électrodynamique : haut-parleur classique avec aimant et bobine électrique.

volume d'air², équivalent acoustique de la souplesse des suspensions C_{ms} . Q_{ts} est appelé le facteur de qualité totale et Q_{es} le facteur de qualité dû aux pertes électriques. L'expression de ces nouveaux paramètres est donnée par les relations suivantes :

$$\begin{aligned}
Q_{ms} &= (\omega_s C_{ms} R_{ms})^{-1} & [1] \\
V_{as} &= \rho_0 c_0^2 S_d^2 C_{ms} & [L] \\
\omega_s^2 &= (C_{ms} M_{ms})^{-1} & [\text{rad/s}] \\
Bl &= \left(\frac{\rho c^2 R_e S_d^2}{2\pi Q_{es} V_{as}} \right)^{1/2} & [N/A] \\
Q_{es} &= \frac{R_e}{\omega_s C_{ms} (Bl)^2} & [1] \\
Q_{ts} &= \frac{1}{\omega_s C_{as} (R_{ae} + R_{as})} & [1] \\
Q_{ts} &= \frac{1}{1/Q_{es} + 1/Q_{ms}} & [1]
\end{aligned}$$

3 Impédance électrique du haut-parleur

La mesure de l'impédance électrique donne accès aux paramètres de Thiele et Small car elle fait apparaître tous les facteurs. Au travers de son expression analytique, nous pouvons identifier la valeur de chacun des paramètres sur la courbe.

3.1 Modèle de l'impédance électrique du haut-parleur

Le modèle utilisé est issu du calcul d'un circuit électrique équivalent qui met en jeu les couplages suivants :

3.1.1 Couplage mécanique-électrique

$$\begin{cases} F = Bl.i & [N] \\ v = Bl.U_{hp} & [ms^{-1}] \end{cases} \quad (1)$$

où F , B , l et i désignent respectivement la force exercée par la membrane, le module du champ magnétique présent dans l'entrefer, la longueur de la bobine et le courant présent dans le haut-parleur.

3.1.2 Couplage acoustique-mécanique

$$\begin{cases} p = F/S_d & [N.m^{-2}] \\ q = S_d.v & [m^3 s^{-1}] \end{cases} \quad (2)$$

où p , S_d , q , et v désignent respectivement la pression acoustique, la surface de la membrane, le débit acoustique et la vitesse particulaire acoustique.

² Ce volume d'air donne une idée de l'ordre de grandeur du volume par lequel il faut charger le haut-parleur.

3.1.3 Impédance électrique Z_e

Le modèle de l'impédance électrique utilisé par la suite pour l'identification des paramètres sera le suivant :

$$Z_e = R_e + j.L_e.\omega + \frac{Bl^2}{Z_m + 2.S_d^2.Z_{ar}} \quad (3)$$

où Z_m est l'impédance mécanique du système masse-ressort associé au haut-parleur

$$Z_m = R_{ms} + j.M_{ms}.\omega + (j.C_{ms}.\omega)^{-1} \quad (4)$$

et Z_{ar} , l'impédance de rayonnement du piston de surface $S_d = \pi a^2$ rayonnant dans le plan infini,³

$$Z_{ar} = \frac{\rho_0.c_0}{S_d} \left[\frac{1}{2}(k.a)^2 + j \frac{8}{3.\pi}(k.a) \right] \quad (5)$$

avec $k = \omega/c_0$ le nombre d'onde, c_0 la célérité de l'onde, ρ_0 la masse volumique de l'air et $ka \ll 1$.

L'impédance électrique Z_e peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$Z_e = R_e + j.L_e.\omega + \frac{Bl^2}{R_{ms} + j.\left(M_{ms}.\omega - \frac{1}{(C_{ms}.\omega)}\right) + 2.S_d^2(\Re[Z_{ar}] + j.\Im[Z_{ar}])} \quad (6)$$

avec $\Re[Z_{ar}] = (Z_{ar} + Z_{ar}^*)/2$, la partie réelle et $\Im[Z_{ar}] = (Z_{ar} - Z_{ar}^*)/2i$, la partie imaginaire de l'impédance de rayonnement.

En négligeant dans un premier temps Z_{ar} , l'équation (3) peut se factoriser sous la forme suivante :

$$Z_e = R_e + j.L_e.\omega + \frac{Bl^2}{R_{ms}} \frac{j \frac{\omega}{\omega_s} . Q_{ms}^{-1}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_s} . Q_{ms}^{-1} + (j \frac{\omega}{\omega_s})^2} \quad (7)$$

où $\omega_s^2 = (C_{ms} . M_{ms})^{-1}$ et $Q_{ms} = (\omega_s C_{ms} R_{ms})^{-1}$.

Les parties réelle et imaginaire de Z_{ar} négligées dans l'équation (7) modifient de façon sensible l'impédance mécanique du système masse-ressort (cf. Jouhaneau [3]). La partie imaginaire de Z_{ar} augmente M_{ms} d'une quantité non négligeable, appelée masse de rayonnement m_r qui déplace la fréquence de rayonnement vers le bas. La partie réelle augmente sensiblement les pertes à la résonance (1 à 2% de $Z_e(\omega_s)$) cependant elle est proportionnelle à ω . Pour le modèle nous négligeons $\Re[Z_{ar}]$ partout sauf à la résonance⁴ où nous considérons que $R_{ms}(\omega_s) = R_{ms} + 2.S_d^2\Re[Z_{ar}]$. Ainsi, l'équation (7) peut être conservée en modifiant les valeurs de R_{ms} et M_{ms} :

$$\begin{aligned} R_{tms} &= R_{ms} + 2.S_d.\Re[Z_{ar}] \\ M'_{ms} &= M_{ms} + 2.S_d.\Im[Z_{ar}] = M_{ms} + 2.m_r \end{aligned}$$

Les expressions deviennent alors :

$$R_{tms} = R_{ms} + \left(\frac{2\pi a^4}{S_d} \rho \omega_s \right) \quad (8)$$

$$M'_{ms} = M_{ms} + \frac{16}{3\pi} \rho a S_d \quad (9)$$

Et finalement, le modèle s'écrit :

$$Z_e = R_e + j.L_e.\omega + \frac{Bl^2}{R_{tms}} \frac{j \frac{\omega}{\omega_s} . Q_{ms}^{-1}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_s} . Q_{ms}^{-1} + (j \frac{\omega}{\omega_s})^2} \quad (10)$$

³ Le modèle tient compte du rayonnement acoustique du haut-parleur dans un plan infini, la mesure sera donc faite haut-parleur dans le plan.

⁴ La mesure de R_{ms} se faisant à la résonance, la prise en compte de Z_{ar} pour $\omega = \omega_s$ permet d'ajuster au mieux le modèle, cf. paragraphe 4.3 page 7.

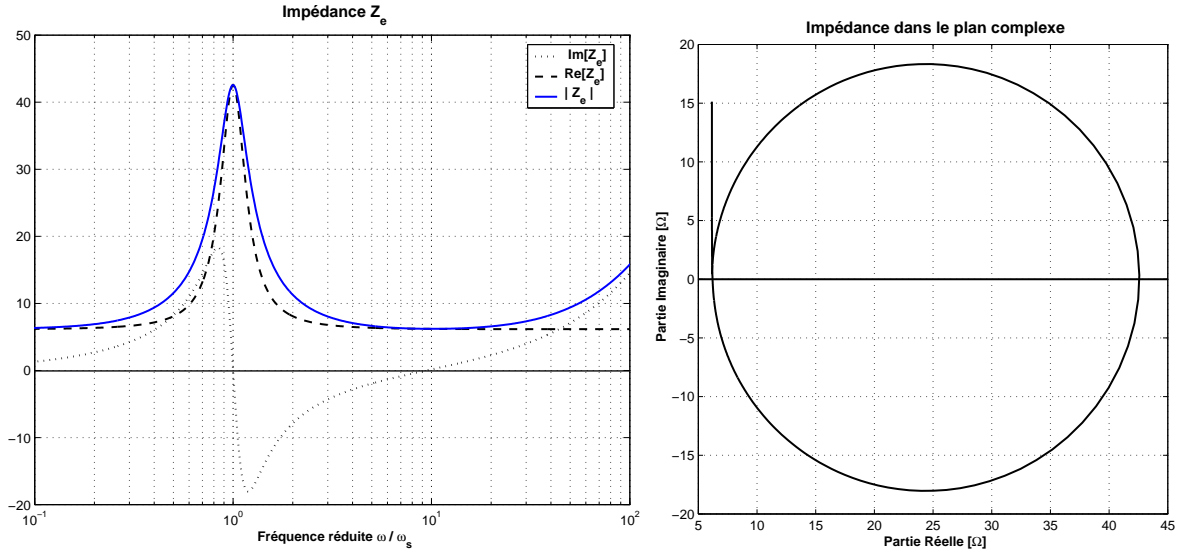


FIG. 1 – Représentations de l'impédance électrique théorique

où $\omega'_s = (C_{ms} \cdot M'_{ms})^{-1}$ et $Q_{ms} = (\omega'_s C_{ms} R_{tms})^{-1}$.

Deux représentations de Z_e sont tracées sur la figure 1. L'une dans le plan complexe où apparaît un cercle de centre $[R_e + Bl^2/(R_{tms}), 0]$ et de rayon $R = Bl^2/(2 \cdot R_{tms})$, l'autre représente le module, la partie réelle et imaginaire de Z_e en fonction de la fréquence.

4 Mesure des paramètres de Thiele et Small

4.1 Introduction

Comme cela apparaît dans l'équation (7), tous les paramètres sont présents dans l'expression de l'impédance électrique. La mesure de cette impédance doit nous permettre de trouver les six paramètres de Thiele et Small. Le modèle de l'impédance (7) est construit pour un haut-parleur rayonnant dans le plan pour lequel on néglige la partie réelle de l'impédance de rayonnement (sauf à la résonance). Les paragraphes suivants présentent alors la mesure de l'impédance et la méthode utilisée pour l'extraction des paramètres⁵.

Le facteur Bl ne peut être déterminé à partir de la mesure de l'impédance. Il est mesuré indépendamment par une méthode dynamique.

4.2 Mesure de l'impédance

4.2.1 La chaîne de mesure

La mesure de l'impédance peut se faire au moyen d'un analyseur de spectre calculant la fonction de transfert $H(\omega)$ entre la voix 2 et la voix 1 (cf. figure 2). La voix 1 récupère la tension aux bornes de la résistance R_m et la voix 2 affiche la tension U_{hp} aux bornes du haut-parleur. La résistance R_m est utilisée afin de pouvoir remonter au courant i à l'aide de la loi d'Ohm, l'analyseur mesurant uniquement des tensions électriques. L'ordre de grandeur de celle-ci est de quelques Ohms ($1 \sim 10 \Omega$). La fonction de transfert mesurée par l'analyseur s'écrit donc :

$$H(\omega) = \frac{U_{hp}}{U_{R_m}}$$

⁵ Cette méthode n'est pas unique, mais elle présente l'intérêt de pouvoir être réalisée simplement dans le domaine électrique. De plus, les grandeurs électriques sont toujours plus faciles à mesurer et donc moins entachées d'erreurs.

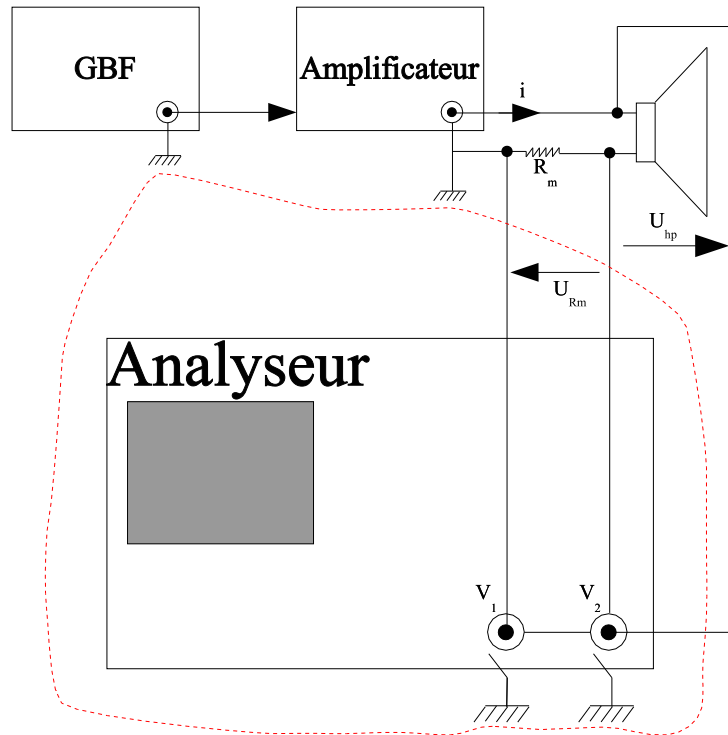


FIG. 2 – Mesure de l'impédance électrique du haut-parleur

En introduisant le courant i , nous avons

$$H(\omega) = \frac{U_{hp}}{-i \cdot R_m} = -\frac{Z_e}{R_m}$$

Finalement, l'expression de Z_e en fonction de R_m et de la fonction de transfert $H(\omega)$ devient :

$$Z_e = -R_m \cdot H(\omega)$$

Nota : lors de la mesure, il est important que les entrées de l'analyseur soient flottantes pour éviter une boucle de masse via la connexion à la terre (boucle rouge sur la figure 2).

4.2.2 La mesure

Le signal d'excitation du haut-parleur peut être de type sinusoïdal ou bruit blanc (dans ce cas, la mesure devra être suffisamment moyennée). L'analyseur peut très bien faire office de générateur de bruit.

4.3 Extraction des paramètres

4.3.1 Grandeur géométrique

La surface S_d de la membrane est calculée à partir de mesures (cf. figure 3) sur le haut-parleur. Sa valeur peut aussi être indiquée sur la fiche technique. On définit alors un rayon équivalent R qui tient compte du rayon du haut-parleur R_{hp} et de la moitié de la distance occupée par les suspensions $d/2$: $R = R_{hp} + d/2$.

4.3.2 Grandeurs électriques

- Résistance électrique R_e : elle est simplement déterminée en régime continu ($\omega = 0$) avec un ohmmètre.

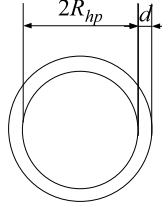


FIG. 3 – Vue de dessus du haut-parleur de rayon R_{hp} et des suspensions occupant la distance d

- Inductance L_e de la bobine : elle peut être obtenue simplement à partir de la partie imaginaire de l'impédance électrique $Z_e = R_e + jL_e\omega$.

Si la mesure ne donne accès qu'au module de Z_e , un point de la courbe pour $\omega \gg \omega_s$ et la connaissance de R_e sont suffisants pour déterminer L_e :

$$|Z_e(\omega)|_{\omega \gg \omega_s} = \sqrt{R_e^2 + (L_e\omega)^2} \quad (11)$$

Il est aussi possible de faire une régression polynomiale de $|Z_e(\omega)|_{\omega \gg \omega_s}|^2$ pour identifier R_e et L_e .

4.3.3 Mesure du facteur de force Bl

Cette mesure utilise une masse additionnelle connue, déposée sur la membrane du haut-parleur à l'horizontale. L'excitation du haut-parleur est de type sinusoïdal à la pulsation $\omega = 2\pi f$.

Au moment même où la masse décolle, l'accélération de la membrane, qui résulte du produit de la vitesse v de la membrane par la pulsation d'excitation ω est égale à la constante de la pesanteur g :

$$\omega.v = g$$

Or, la tension (en valeur absolue) U_{hp} aux bornes du haut-parleur peut s'écrire en fonction du courant (en valeur absolue) i présent dans la bobine et de la vitesse v de la membrane : $U_{hp} = R_e i + Blv$. Le paramètre Bl s'écrit alors :

$$Bl = \omega \frac{U_{hp} - R_e i}{g} \quad (12)$$

4.3.4 Remarque sur la mesure du facteur de force Bl :

- La tension U_{hp} et le courant i sont les valeurs crêtes-à-crêtes des signaux, (donc $\sqrt{2}$ fois la valeur efficace donnée par les multimètres).
- La position du haut-parleur est déterminante pour la précision de la mesure (même remarque pour les appuis de la masse additionnelle sur la membrane). Il est nécessaire qu'il soit à l'horizontal.
- La détermination de la tension de décollage peut se faire au moyen d'un microphone mesurant la pression à quelques millimètres de la membrane. En visualisant le signal de pression sur un oscilloscope, on peut observer la déformation de la sinusoïde quand la masse commence à décoller.

4.3.5 Grandeurs mécaniques

La courbe de résonance donne accès à la pulsation de résonance ω_s , les pertes mécaniques R_{ms} et le facteur de qualité mécanique Q_{ms} . Voyons les différentes méthodes pour déterminer les paramètres mécaniques de Thiele et Small :

- La masse mobile M_{ms} : ce paramètre peut être obtenu grâce à la méthode appelée masse ajoutée. Dans un premier temps, il s'agit de mesurer la fréquence de résonance f'_s du haut-parleur, ensuite d'ajouter une masse additionnelle m_{add} sur la membrane, et de mesurer de nouveau la fréquence de résonance f''_s qui sera alors modifiée. La relation qui donne M'_{ms} est :

$$M'_{ms} = \frac{m_{add}}{\left(\frac{f'_s}{f''_s}\right)^2 - 1} \quad (13)$$

Afin de tenir compte de l'effet de l'air sur la membrane lorsque nous réalisons la mesure, nous pouvons retirer la masse de rayonnement de l'air et l'équation 13 devient :

$$M_{ms} = \frac{m_{add}}{\left(\frac{f'_s}{f''_s}\right)^2 - 1} - \frac{8}{3\pi} \rho a S_d \quad (14)$$

- La souplesse des suspensions C_{ms} : ce facteur est déterminé à partir de la définition de la pulsation de résonance $\omega'_s = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}$ (les pertes mécaniques étant faibles, on peut considérer $\omega'_s = \omega_0$). L'expression de C_{ms} à la résonance est :

$$C_{ms} = \frac{1}{\omega_s'^2 M'_{ms}} \quad (15)$$

- Les pertes mécaniques R_{ms} : à la résonance, l'impédance électrique Z_e est purement réelle car $j.L_e\omega'_s$ est négligé (cf. figure 1) donc l'expression 10 devient :

$$Z_e(\omega'_s) = R_e + \frac{Bl^2}{R_{tms}}$$

En utilisant l'expression de R_{tms} (cf. équation 8), R_{ms} peut alors se calculer ainsi :

$$R_{ms} = \frac{Bl^2}{Z_e(\omega'_s) - R_e} - \left(\frac{\pi a^4}{S_d} \rho \omega'_s\right) \quad (16)$$

5 Bibliographie

Références

- [1] ROSSI Mario, Traité d'électricité, Electro-acoustique (volume XXI), 1986.
- [2] JOUHANEAU Jacques, Notion élémentaires d'acoustique-Electro-acoustique, éditions Techniques et Documentations Lavoisier, 2000.
- [3] JOUHANEAU Jacques, Haut-parleurs, Techniques de l'Ingénieurs E5 170.
- [4] MEYNIAL Xavier, cours d'électro-acoustique (DEUST VAS2), Université du Maine, 2000-01.

6 License Liberté et contact

Compilé avec L^AT_EX 2_ε sur Debian GNU/Linux

Tout commentaires, critiques voire corrections peuvent être envoyer à l'adresse suivante :

mxjeff@free.fr

La dernière version de ce document est disponible à l'adresse suivante :

mxjeff.free.fr/science/acoustique

Copyright (c) 2004 Geoffroy Berret

Permission is granted to copy, distribute and/or modify this document under the terms of the GNU Public License, Version 2 as published by the Free Software Foundation.

A copy of the license is included in a file entitled gpl-2.0.txt.